**FRACTAIS E AS FUNÇÕES EXPONENCIAIS:**

Um relato de experiência no contexto do Estágio Curricular Supervisionado no Ensino Médio

Schwendler, Denise

Universidade Federal da Fronteira Sul – *campus* Chapecó, UFFS.

denise.schwendler@hotmail.com

Melo, Marisol Vieira

Universidade Federal da Fronteira Sul – *campus* Chapecó, UFFS.

marisol.melo@uffs.edu.br

03 de Julho de 2020

**1 Introdução**

O presente estudo é um relato de experiência que pretende apresentar uma atividade realizada durante o período de realização do Estágio Curricular Supervisionado do curso de Matemática – Licenciatura, da Universidade Federal da Fronteira Sul, concomitantemente com o Programa de Residência Pedagógica (Edital Capes n06/2018), e refere-se ao conteúdo de funções. Especificamente, intenciona descrever uma atividade que objetiva interligar fractais com as funções que os determinam, e particularmente fractais determinados por funções exponenciais.

Para tanto, é realizada uma breve discussão teórica a respeito do que os documentos norteadores dos currículos do Ensino Médio sugerem, além de alguns embasamentos relacionados ao conteúdo abordado na sequência didática realizada. No processo metodológico, são descritas as apresentações utilizadas através da ferramenta do *power point*, com o intuito de designar o que são fractais, como surgiram, suas principais características e para que servem em diversas áreas do conhecimento. Os resultados foram obtidos através de trabalhos entregues pelos alunos e também pelo envolvimento e devolutiva durante a atividade. São considerados entre outros aspectos, a criatividade, o protagonismo, a originalidade, coletividade, e os aspectos voltados ao conteúdo explorado. A partir disso, as considerações finais relatam sobre as reflexões que esta prática proporcionou, e algumas observações para práticas futuras.

**2 Desenvolvimento (coloque o título que desejar)**

As experiências da prática docente proporcionam constantes questionamentos, inquietações e preocupações a respeito do ensino e da aprendizagem na disciplina de Matemática. Frente ao gritante desinteresse dos alunos, as suas dificuldades na aprendizagem, e ao cômodo processamento mecânico, surgem algumas hesitações e a necessidade de proporcionar a interligação de diferentes conteúdos e suas explorações de modos diversificados. Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) o currículo do Ensino Médio deve garantir espaço para aprofundar os conteúdos, mas não de forma isolada ou desconectados uns dos outros. Especificamente, o documento aborda que

[...] se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as idéias *(sic)* isoladas e desconectadas umas das outras. Acredita-se que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à Matemática mostram claramente que isso não é verdade. (BRASIL, 1998, p. 43).

Nesse sentido, o aprimoramento de metodologias torna-se requisito primordial para o planejamento de uma aula/atividade, proporcionando ao aluno diversos caminhos e sentidos para a consagração de alguns conteúdos. Além disso, atividades que exploram a correlação entre os conteúdos, em suas variadas situações, podem promover o desenvolvimento e aprimoramento da autonomia intelectual e o protagonismo dos estudantes. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no que diz respeito as finalidades do Ensino Médio, considera importante “garantir o protagonismo dos estudantes em sua aprendizagem e o desenvolvimento de suas capacidades de abstração, reflexão, interpretação, proposição e ação, essenciais à sua autonomia pessoal, profissional, intelectual e política” (BRASIL, 2018, p. 465). Atendendo a estas e tantas outras considerações a respeito da organização de atividades no Ensino Médio, uma proposta de sequência didática é uma abordagem de fractais e algumas ocorrências a partir de funções exponenciais.

Os fractais possibilitam uma visão mais ampla sobre a realidade e as situações que nos cercam. Assim, Benoît B. Mandelbrot (2003) revela que mantemo-nos concentrados ao que vemos na vida cotidiana, considerando apenas esta parte do universo. Por exemplo, os prédios modernos que se são cubos ou paralelepípedos, uma mesa plana, e outros produtos de trabalho do homem que seguem as formas simples da geometria clássica. Entretanto, a geometria clássica não é suficiente para descrever todas as situações do universo, mas,

Pelo contrário, um grande número de formas naturais - por exemplo as formas das montanhas, de nuvens, das pedras partidas e das árvores - são demasiado complexas para a geometria euclidiana. As montanhas não são cones. As nuvens não são esferas. As costas das ilhas não são círculos. Os rios não correm em linha recta. Assim, se quisermos estender a aplicação da ciência ao estudo destes aspectos da natureza, torna-se necessário utilizar uma ferramenta mais elaborada que a geometria euclidiana. (MANDELBROT, 2003, p. 65).

Nesse sentido, Mandelbrot considera a geometria fractal como uma forma de suprir as necessidades que a geometria clássica não dá conta, além de ser considerada uma linguagem, cujo valor está provado na sua utilidade. Através da geometria fractal tornou-se possível demonstrar situações que antes eram desconhecidas, como a simulação de montanhas e nuvens com ferramentas computacionais, a simulação do relevo, e situações mais capciosas que são tão bonitas. Para esclarecer um pouco sobre essas considerações de Mandelbrot, é importante refletir sobre a própria definição de fractal, embora todas as definições deixem alguma lacuna, várias foram as tentativas de delineá-la. Assim, consideremos que o fractal

é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhante ao objeto original. Diz-se que os fractais têm infinitos detalhes, são geralmente autossimilares e de escala. Em muitos casos um fractal pode ser gerado por um padrão repetido, tipicamente um processo recorrente ou iterativo.” (BRASIL, 2010).

Ou ainda, que o fractal é “uma figura geométrica em que uma parte se assemelha a toda figura, obtida através de um processo iterativo e que pode ter uma dimensão não inteira” (CARVALHO, 2005, p. 18). Nas características de um fractal, no geral é feita referência a autossimilaridade que remete ao padrão que se repete em partes e no todo, a iteratividade que trata da repetição do padrão em si, e a dimensão que diz respeito a amplificação do número de iterações (KANSO, 2013).

A dimensão de um fractal é estabelecida através de uma função, ou seja, para as figuras que se enquadram como fractais, existe uma função que descreve a figura em um determinado nível da sequência/iteração. Assim, torna-se rica a abordagem dos fractais com os conteúdos do Ensino Médio, e em particular no 1º ano, no estudo de funções exponenciais, por exemplo. Lembrando que chama-se função exponencial, qualquer função *f* de dada por uma lei da forma *f(x) = ax,* em que *a* é um número real dado, a > 0 e   
a 1. Ou seja, a função exponencial tem a característica de que a variável está no expoente, donde designa o seu próprio nome.

Com base nisso, no segundo semestre de 2019, no período de regência do Estágio Curricular Supervisionado III e também do Residência Pedagógica, utilizando da metodologia de Investigação Matemática, foram apresentadas aos alunos diversas imagens de fractais famosos, como o Conjunto de Mandelbrot, a Curva e o Floco de Neve de Koch. A partir da observação destas imagens, os alunos foram discutindo uma ideia inicial sobre o que é um fractal e algumas características comuns. Também foi apresentado um vídeo, que abordou sobre os fractais que estão presentes na natureza, como em flores, samambaia, pulmão e outros, além de serem situados os casos em que os fractais são úteis, como a área da medicina para conhecer a estrutura de um pulmão, na computação gráfica como base para animações digitais, na geografia para prevenção de catástrofes oriundas dos dobramentos do solo, entre outros. Com isso os alunos já puderam ter uma visão ampla sobre o que é e o que define um fractal. A partir disso, foi proposta a primeira atividade, em que uma sequência de figuras apresenta vários níveis na composição de um fractal.



Com essa figura, em um quadro foram representados os níveis da sequência, partindo do zero e seguindo de um em um, descrevendo para cada nível o número de quadros correspondentes na figura. Assim, os alunos puderam perceber uma relação entre um nível e outro, generalizando posteriormente a quantidade total de quadros para um nível *x* qualquer desta sequência, obtendo nesse caso uma função . A partir disso, foram apresentadas diversas outras imagens, como o famoso Triângulo e o Tapete de Sierpinski, em que os alunos tiveram a tarefa de preencher um quadro com o número de repetições correspondente ao nível da sequência e para cada caso obtendo uma função geral. Nesse contexto, foi introduzida uma ideia inicial da função exponencial sendo então proposta a seguinte atividade: organização dos alunos em grupos de 4 integrantes; cada grupo ficou encarregado de construir um novo fractal utilizando a criatividade, a cooperação em grupo e caso necessário, a pesquisa; para o fractal construído pelo grupo deveriam desenhar quatro níveis da sequência e determinar a função que descrevesse o fractal em qualquer nível. Entregar e socializar para a turma através de uma apresentação, sendo que esta atividade teve caráter avaliativo.

Os resultados obtidos foram diversos, sendo que em maioria os alunos procuraram demonstrar a ideia de sequências finitas e a autossimilaridade, embora nas representações desenhadas não seguiram fidedignos às medidas e proporções. A maioria apresentou dificuldades para determinar uma função que descrevesse o fractal construído para um nível/dimensão qualquer, e destes que escreveram a função, não esclareceram exatamente o que esta retrataria. Ainda assim, os grupo que descreveram uma função, fizeram-na exponencial, onde observou-se que estas representavam a quantidade de figuras novas, desconsiderando o nível anterior e a ideia da totalidade da figura.

**3 Considerações Finais**

Esperava-se que os alunos fossem além do tradicional, com a construção criativa de novas situações e fractais ainda não apresentados anteriormente. Entretanto, em sua maioria, partiram de situações semelhantes às estudadas em sala de aula, o que pode ser ocasionado pela incompreensão inicial da proposta ou desinteresse e esmorecimento em sair do comodismo. Consequentemente os resultados obtidos na primeira versão foram desanimadores, sendo que muitos não haviam feito a atividade, ou construído situações que não se enquadravam a ideia de fractais. Contudo, para a última versão o envolvimento dos alunos foi mais significativo, demonstrando maior interesse e dedicação para a realização da atividade proposta, embora que ainda assim surgiram algumas lacunas no trabalho final.

Considera-se importante o aprimoramento da atividade para aplicações futuras, de modo a obter resultados mais produtivos e significativos. Percebeu-se também a necessidade de um tempo maior para o estudo de fractais, e também da função exponencial, sendo que na realização desta atividade os alunos ainda não haviam formalizado algum conceito, apenas possuíam uma ideia inicial e intuitiva do que é a função exponencial, através de exemplos e situações. Em relação a metodologia utilizada, acredita-se que essa possa ser utilizada em diversos conteúdos na disciplina de matemática, uma vez que posiciona o aluno como ser ativo no processo de ensino e aprendizagem. Considerando ainda que é um desafio para o professor de se aprimorar nesta metodologia, pois deve-se estar preparado para situações que não estavam conhecidas anteriormente, como nesta atividade, em que não estava previsto qual fractal seria construído nem ao menos a ideia que os alunos procuraram demonstrar. Esses fatores tornam as aulas mais produtivas pois exigem maior envolvimento do coletivo, despertam a criatividade, o convívio e, consideravelmente um desenvolvimento mais efetivo dos conteúdos a serem estudados.

**Referências**

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf. Acesso em: 15 nov. 2019.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília: Ministério da Educação, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação.  Produto Educacional: **Geometria e Medidas:**Geometria Fractal. 2010. Disponível em: http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/matematica/condigital1/02\_geometria\_fractal/conteudo01.html. Acesso em: 15 nov. 2019.

CARVALHO, Hamilton Cunha de. **Geometria fractal:**Perspectivas e possibilidades no ensino de Matemática. 2005. 108 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém - Pa, 2005. Disponível em: http://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/1857/1/Dissertacao\_GeometriaFractalPerpectivas.pdf. Acesso em: 15 nov. 2019.

FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. P.. As actividades de investigação, o professor e a aula de matemática. **Educação Matemática – Um outro olhar sobre a tabuada.** Disponível em: http://educ.matematica.googlepages.com/ asactividadesdeinvestigao.pdf. Acesso em 18 nov. 2019.

KANSO, Mustafá Ali. Fractais: afinal, o que são? **Hypescience.** 23 dez. 2013. Disponível em: https://hypescience.com/fractais-o-que-sao/. Acesso em: 16 nov. 2019.

MANDELBROT, Benoît B. Fractais. **Fronteiras da Ciência: desenvolvimentos recentes, desafios futuros.** Coimbra, 2003. Disponível em: https://digitalis.uc.pt/handle/10316.2/32658. Acesso em: 10 nov. 2019.

PÉREZ, Luis Eduardo Reyes; RODRIGUES, Chang Kuo. **Função exponencial e as sequências didáticas:**produto educacional. Juiz de Fora (MG): Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015. Disponível em: http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/09/produto-educacional-Luis-Eduardo-Reyes-Perez.pdf. Acesso em: 05 nov. 2019.